



ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Έστω η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ (A : Το πεδίο ορισμού της f) και για κάθε $x \in A$ ισχύει $f(x) \leq f(x_0)$ με $x_0 \in A$ τότε η συνάρτηση έχει μέγιστο ή ολικό μέγιστο στη θέση x_0 τον αριθμό $f(x_0)$

Έστω η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ (A : Το πεδίο ορισμού της f) και για κάθε $x \in A$ ισχύει $f(x) \geq f(x_0)$ με $x_0 \in A$ τότε η συνάρτηση έχει ελάχιστο ή ολικό ελάχιστο στη θέση x_0 τον αριθμό $f(x_0)$



Έστω η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ (A : Το πεδίο ορισμού της f) και (α, β) υποσύνολο του πεδίου ορισμού της f . Αν για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$ ισχύει $f(x) \leq f(x_0)$ με $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τότε η συνάρτηση έχει τοπικό μέγιστο στη θέση x_0 τον αριθμό $f(x_0)$

Έστω η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ (A : Το πεδίο ορισμού της f) και (α, β) υποσύνολο του πεδίου ορισμού της f . Αν για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$ ισχύει $f(x) \geq f(x_0)$ με $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τότε η συνάρτηση έχει τοπικό ελάχιστο στη θέση x_0 τον αριθμό $f(x_0)$

x	α	x_0	β
f'		+	-
f			

- I) Το x_0 είναι κρίσιμο σημείο της f
- II) Η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα (α, β)
- III) $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in (\alpha, x_0)$
- IV) $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in (x_0, \beta)$

Άρα η συνάρτηση f έχει τοπικό μέγιστο στη θέση x_0 τον αριθμό $f(x_0)$

x	α	x_0	β
f'		-	+
f			

- I) Η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα (α, β)
- II) $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in (\alpha, x_0)$
- III) $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in (x_0, \beta)$

Άρα η συνάρτηση f έχει τοπικό ελάχιστο στη θέση x_0 τον αριθμό $f(x_0)$

x	α	x_0	β
f'	+		+
f	↗		↗

I) Η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα (α, β)

II) $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in (\alpha, x_0)$

III) $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in (x_0, \beta)$

Άρα η συνάρτηση f δεν έχει τοπικό ακρότατο στη θέση x_0 και είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα (α, β)

x	α	x_0	β
f'	-		-
f	↘		↘

I) Η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα (α, β)

II) $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in (\alpha, x_0)$

III) $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in (x_0, \beta)$

Άρα η συνάρτηση f δεν έχει τοπικό ακρότατο στη θέση x_0 και είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα (α, β)

Το τοπικό μέγιστο και το τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης f καλούνται τοπικά ακρότατα της f

Το μέγιστο και το ελάχιστο μιας συνάρτησης f καλούνται ακρότατα της f

Το θεώρημα του Fermat

I) Αν x_0 εσωτερικό σημείο του πεδίου της f

Av: II) Το x_0 είναι θέση τοπικού ακροτάτου

III) Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0

Τότε : $f'(x_0) = 0$

Γωνιακό σημείο

Ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της f καλείται γωνιακό σημείο όταν :

- I) Το x_0 είναι εσωτερικό σημείο του πεδίου ορισμού
- II) f συνεχής στο x_0
- III) Δεν υπάρχει η παράγωγος της f στο σημείο x_0

Στασιμο σημείο

Ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της f καλείται στασιμο σημείο όταν :

- I) Το x_0 είναι εσωτερικό σημείο του πεδίου ορισμού
- II) f συνεχής στο x_0
- III) Η παράγωγος της f στο σημείο x_0 είναι μηδέν

Κρίσιμο σημείο

Ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της f καλείται κρίσιμο σημείο όταν είναι γωνιακό σημείο ή στάσιμο σημείο

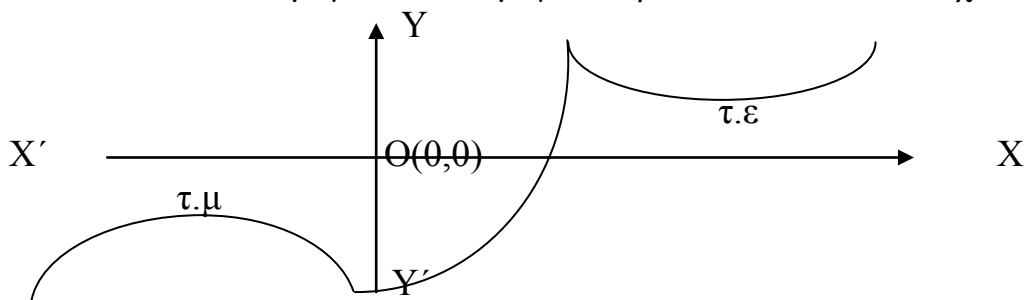
Ποιες είναι οι πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάων της συνάρτησης f;:::

Οι πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάων της συνάρτησης f είναι :

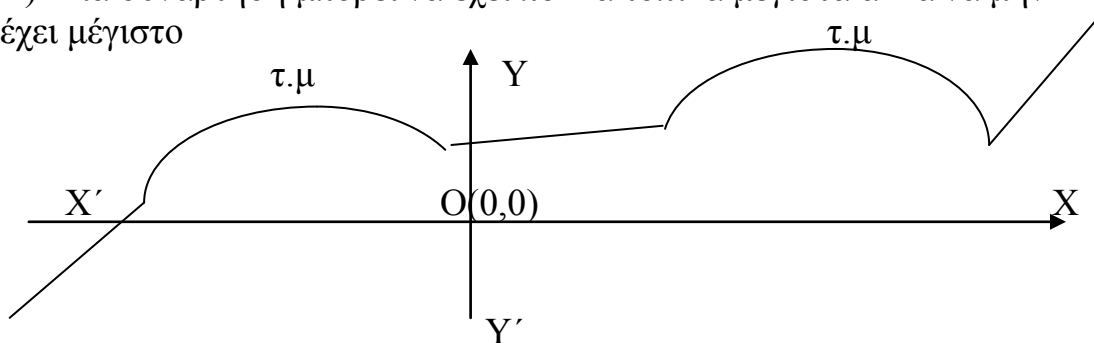
- I) Τα άκρα των διαστημάτων που αποτελούν το πεδίο ορισμού της f
- II) Τα κρίσιμα σημεία της f

ΠΡΟΣΟΧΗ!!!

I) Αν μια συνάρτηση έχει τοπικό μέγιστο και τοπικό ελάχιστο αυτό δεν σημαίνει ότι το τοπικό μέγιστο είναι μεγαλύτερο από το τοπικό ελάχιστο



II) Μια συνάρτηση μπορεί να έχει πολλά τοπικά μέγιστα αλλά να μην έχει μέγιστο



III) Μια συνάρτηση μπορεί να έχει πολλά τοπικά ελάχιστα αλλά να μην έχει ελάχιστο

