ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ
$\left(f(x)+g(x)\right)' = f'(x)+g'(x)$
$\left(f(x)-g(x)\right)' = f'(x)-g'(x)$
$\left(\lambda f(x)\right)' = \lambda f'(x), \lambda : \Sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}$
$\left(f(x)g(x)\right)' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$
$\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}, g(x)\neq 0$
$\left(f(g(x))\right)' = f'(g(x))g'(x)$

ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ
$(c)' = 0, c : \Sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}$
$(x)' = 1$
$\left(x^a\right)' = ax^{a-1}$
$\left(e^x\right)' = e^x$
$\left(\alpha^x\right)' = \alpha^x \ln\alpha, 0<\alpha\neq 1$
$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}, x>0$
$(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$
$(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$
$(\varepsilon\varphi x)' = \dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}, x\neq \kappa\pi+\dfrac{\pi}{2}, \kappa\in\mathbb{Z}$
$(\sigma\varphi x)' = -\dfrac{1}{\eta\mu^2 x}, x\neq \kappa\pi, \kappa\in\mathbb{Z}$

ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ
$\left(f^a\right)' = a\bullet f^{a-1}\bullet f'$

$\left(e^{f}\right)' = e^{f} \bullet f'$
$\left(a^{f}\right)' = a^{f} \bullet \ln a \bullet f' \; , 0 < a \neq 1$
$\left(\ln f\right)' = \dfrac{f'}{f}, \; f > 0$
$\left(\ln\lvert f\rvert\right)' = \dfrac{f'}{f}, \; f \neq 0$
$\left(\eta\mu f\right)' = \sigma\upsilon\nu f \bullet f'$
$\left(\sigma\upsilon\nu f\right)' = -\eta\mu f \bullet f'$
$\left(\varepsilon\varphi f\right)' = \dfrac{f'}{\sigma\upsilon\nu^{2} f}, \; f \neq \kappa\pi + \dfrac{\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}$
$\left(\sigma\varphi f\right)' = -\dfrac{f'}{\eta\mu^{2} f}, \; f \neq \kappa\pi, \kappa \in \mathbb{Z}$

ΠΡΟΣΟΧΗ!!!
$\alpha^{-x} = \dfrac{1}{a^{x}}, a \neq 0$
$\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}, \alpha > 0, \mu, \nu \in \mathbb{N}^{*}$

<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ</u>

1.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:
$f\left(x\right) = \sqrt{x} + \sqrt{8-x}, x \in \left(0,8\right)$
Να βρεθεί η παράγωγος της f

$$f\left(x\right) = \sqrt{x} + \sqrt{8-x} = x^{\frac{1}{2}} + \left(8-x\right)^{\frac{1}{2}}, x \in \left(0,8\right)$$

$\left(x^{a}\right)' = ax^{a-1}$
Για να παραγωγίσω την συνάρτηση $\left(8-x\right)^{\frac{1}{2}}$ την παραγωγίζω όπως θα παραγώγιζα την $x^{\frac{1}{2}}$ (απλά στην θέση του x έχω το $8-x$) και την πολλαπλασιάζω με την παράγωγο του $8-x$

$$f\left(x\right) = \left[x^{\frac{1}{2}} + \left(8-x\right)^{\frac{1}{2}}\right]' \overset{\left(F(x)+G(x)\right)' = F'(x)+G'(x)}{=} \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' + \left[\left(8-x\right)^{\frac{1}{2}}\right]' =$$

$$\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}+\frac{1}{2}(8-x)^{\frac{1}{2}-1}(8-x)'=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}(8-x)^{-\frac{1}{2}}\left[(8)'-(x)'\right]\overset{\substack{\alpha^{-x}=\frac{1}{\alpha^{x}},a\neq 0\\ (c)'=0,c:\Sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}\\ (x)'=1}}{=}$$

$$\frac{1}{2}\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}+\frac{1}{2}\frac{1}{(8-x)^{\frac{1}{2}}}(0-1)\overset{a^{\frac{\mu}{\nu}}=\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}},\alpha>0,\mu,\nu\in\mathbb{N}^{*}}{=}\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2\sqrt{8-x}}=\frac{\sqrt{8-x}-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\sqrt{8-x}}$$

2.

$\text{Α}\nu\ \eta\ \sigma\upsilon\nu\acute{\alpha}\rho\tau\eta\sigma\eta\ f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \pi\alpha\rho\alpha\gamma\omega\gamma\acute{\iota}\sigma\iota\mu\eta\ \sigma\tau o\ \mathbb{R}\ \nu\alpha\ \beta\rho\varepsilon\acute{\iota}\tau\varepsilon$ $\tau\eta\nu\ g'(0)\ \acute{o}\tau\alpha\nu:$ $g(x)=x^{2}f(x)+x$

$$g'(x)=\left[x^{2}f(x)+x\right]'\overset{(F(x)+G(x))'=F'(x)+G'(x)}{=}\left(x^{2}f(x)\right)'+(x)'\overset{(F(x)G(x))'=F'(x)G(x)+F(x)G'(x)}{=}$$

$$\left(x^{2}\right)'f(x)+x^{2}f'(x)+1=2xf(x)+x^{2}f'(x)+1$$

$$\text{Ο}\pi\acute{o}\tau\varepsilon: g'(x)=2xf(x)+x^{2}f'(x)+1, x\in\mathbb{R}$$

$$\text{Α}\nu\ x=0\ \theta\alpha\ \acute{\varepsilon}\chi\omega:$$

$$g'(x)=2\bullet 0\bullet f(x)+0^{2}\bullet f'(0)+1=1$$

3.

$\text{Α}\nu\ \eta\ \sigma\upsilon\nu\acute{\alpha}\rho\tau\eta\sigma\eta\ f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \pi\alpha\rho\alpha\gamma\omega\gamma\acute{\iota}\sigma\iota\mu\eta\ \sigma\tau o\ \mathbb{R}\ \kappa\alpha\iota\ \iota\kappa\alpha\nu o\pi o\iota\varepsilon\acute{\iota}$ $\tau\eta\nu\ \sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta:$ $f\left(x^{4}\right)=x^{5}$ $\text{Τ}\acute{o}\tau\varepsilon\ \eta\ f'(1)\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota:$ $(\text{Α})0\ \ (\text{Β})5\ \ (\Gamma)-7\ \ (\Delta)\frac{5}{4}$

$\left(x^{a}\right)'=ax^{a-1}$
Για να παραγωγίσω την συνάρτηση $f\left(x^{4}\right)$ *την παραγωγίζω όπως θα παραγώγιζα την* $f(x)$ *(απλά στην θέση του x έχω το* x^{4}*) και την πολλαπλασιάζω με την παράγωγο του* x^{4}

$$f\left(x^{4}\right)=x^{5}\Rightarrow\left[f\left(x^{4}\right)\right]'=\left(x^{5}\right)'\Rightarrow$$

$$f'\left(x^{4}\right)\left(x^{4}\right)'=5x^{4}\Rightarrow 4x^{3}f'\left(x^{4}\right)=5x^{4}$$

$$\text{Οπότε}: 4x^3 f'\left(x^4\right) = 5x^4, x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Αν } x = 1 \text{ θα έχω}:$$

$$4 \bullet 1^3 f'\left(1^4\right) = 5 \bullet 1^4 \Leftrightarrow 4f'(1) = 5 \Leftrightarrow f'(1) = \frac{5}{4}$$

Άρα επιλέγω το (Δ)

4.

Δινεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = e^{2x}(\alpha + \beta x), \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ Να αποδείξετε οτι: $f''(x) - 4f'(x) + 4f(x) = 0$

$$f'(x) = \left[e^{2x}(\alpha + \beta x)\right]' \overset{(F(x)G(x))' = F(x)'G(x) + F(x)G'(x)}{=} \left(e^{2x}\right)'(\alpha + \beta x) + e^{2x}(\alpha + \beta x)'$$

$\left(e^F\right)' = e^F \bullet F'$
Για να παραγωγίσω την συνάρτηση e^{2x} την παραγωγίζω όπως θα παραγώγιζα την e^x (απλά στην θέση του x έχω το $2x$) και την πολλαπλασιάζω με την παράγωγο του $2x$

$(cF)' = cF', c$: Σταθερά
$(c)' = 0, c$: Σταθερά
$(x)' = 1$

$$= e^{2x}(2x)'(\alpha + \beta x) + e^{2x}\left[(\alpha)' + (\beta x)'\right] =$$

$$2e^{2x}(\alpha + \beta x) + \beta e^{2x} \overset{\text{Βγάζω κοινό παράγοντα το } e^{2x}}{=} e^{2x}\left[2(\alpha + \beta x) + \beta\right] = e^{2x}(2\alpha + \beta + 2\beta x)$$

$$f''(x) = \left(f'(x)\right)' = \left[e^{2x}(2\alpha + \beta + 2\beta x)\right]' \overset{(F(x)G(x))' = F(x)'G(x) + F(x)G'(x)}{=}$$

$\left(e^F\right)' = e^F \bullet F'$
Για να παραγωγίσω την συνάρτηση e^{2x} την παραγωγίζω όπως θα παραγώγιζα την e^x (απλά στην θέση του x έχω το $2x$) και την πολλαπλασιάζω με την παράγωγο του $2x$

$$\left(e^{2x}\right)'(2\alpha + \beta + 2\beta x) + e^{2x}\left[(2\alpha + \beta) + 2\beta x\right]' =$$

$$e^{2x}(2x)'(2\alpha + \beta + 2\beta x) + e^{2x}\left[(2\alpha + \beta)' + (2\beta x)'\right] =$$

$$2e^{2x}(2\alpha + \beta + 2\beta x) + 2\beta e^{2x} \overset{\text{Βγάζω κοινό παράγοντα το } 2e^{2x}}{=} 2e^{2x}(2\alpha + \beta + 2\beta x + \beta) =$$

$$= 2e^{2x}\left(2\alpha+2\beta+2\beta x\right) = 2e^{2x}\bullet 2\bullet\left(\alpha+\beta+\beta x\right) = 4e^{2x}\left(\alpha+\beta+\beta x\right)$$

$$f''(x) - 4f'(x) + 4f(x) \overset{f(x)=e^{2x}(\alpha+\beta x),\, f'(x)=e^{2x}(2\alpha+\beta+2\beta x),\, f''(x)=4e^{2x}(\alpha+\beta+\beta x)}{=}$$

$$4e^{2x}\left(\alpha+\beta+\beta x\right) - 4e^{2x}\left(2\alpha+\beta+2\beta x\right) + 4e^{2x}\left(\alpha+\beta x\right) \overset{\text{Βγάζω κοινό παράγοντα το } 4e^{2x}}{=}$$

$$4e^{2x}\left[\alpha+\beta+\beta x-\left(2\alpha+\beta+2\beta x\right)+\alpha+\beta x\right] =$$

$$4e^{2x}\left(\alpha+\beta+\beta x-2\alpha-\beta-2\beta x+\alpha+\beta x\right) = 4e^{2x}\bullet 0 = 0$$

5.

Δινεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ με τύπο $f(x)=3x^4-6x^2+5$
Να λυθεί η εξίσωση $f'(x)=0$

$$f'(x) = \left(3x^4-6x^2+5\right)' \overset{(F(x)+G(x)+H(x))'=F'(x)+G'(x)+H'(x)}{=} \left(3x^4\right)' + \left(-6x^2\right)' + (5)'$$

$$\overset{\substack{(cF(x))'=cF'(x),c:\Sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}\\ (c)'=0,c:\Sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}}}{=} 3\left(x^4\right)' - 6\left(x^2\right)' + 0 \overset{\substack{(x^a)'=ax^{a-1}\\ (c)'=0,c:\Sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}}}{=} 3\bullet 4\bullet x^3 - 6\bullet 2x = 12x\left(x^2-1\right)$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 12x\left(x^2-1\right)=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} x=0 \\ \acute{\eta} \\ x^2-1=0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} x=0 \\ \acute{\eta} \\ x^2=1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} x=0 \\ \acute{\eta} \\ x=\pm 1 \end{array}\right\}$$

6.

Αν $y=\ln\dfrac{1}{1+x}, x>-1$ να αποδειχθεί οτι:
$xy'+1=e^y$

$$y=\ln\frac{1}{1+x} \overset{a^{-1}=\frac{1}{a},a\neq 0}{=} \ln(1+x)^{-1} \overset{\ln\theta^{\kappa}=\kappa\ln\theta,\theta>0}{=} -\ln(1+x)$$

$$y'=\left(-\ln\left(1+x\right)\right)' \overset{\left(cF(x)\right)'=cF'(x),c:\Sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}}{=} -\left(\ln\left(1+x\right)\right)' \overset{\substack{(\ln F)'=\frac{F'}{F},F>0 \\ \Gamma\iota\alpha\ \nu\alpha\ \pi\alpha\rho\alpha\gamma\omega\gamma\acute{\iota}\sigma\omega\ \tau\eta\nu \\ \sigma\upsilon\nu\acute{\alpha}\rho\tau\eta\sigma\eta\ \ln(1+x)\ \tau\eta\nu \\ \pi\alpha\rho\alpha\gamma\omega\gamma\acute{\iota}\zeta\omega\ \acute{o}\pi\omega\varsigma\ \theta\alpha\ \pi\alpha\rho\alpha\gamma\acute{\omega}\gamma\iota\zeta\alpha \\ \tau\eta\nu\ \ln x\ (\alpha\pi\lambda\acute{\alpha}\ \sigma\tau\eta\nu\ \theta\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ \tau\omega\ x\ \acute{\varepsilon}\chi\omega \\ \tau o\ x+1)\ \kappa\alpha\iota\ \tau\eta\nu\ \pi o\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\acute{\alpha}\zeta\omega\ \mu\varepsilon \\ \tau\eta\nu\ \pi\alpha\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\gamma o\ \tau o\upsilon\ x+1}}{=}$$

$$-\frac{\left(1+x\right)'}{1+x}=-\frac{1}{x+1}$$

$$\left.\begin{cases} xy'+1 \overset{y'=-\frac{1}{x+1}}{=} x\left(-\frac{1}{x+1}\right)+1=-\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+1}=\frac{1}{x+1} \\ e^{y} \overset{y=\ln\frac{1}{1+x}}{=} e^{\ln\frac{1}{1+x}} \overset{e^{\ln\theta}=\theta,\theta>0}{=} \frac{1}{x+1} \end{cases}\right\} \Rightarrow xy'+1=e^{y}$$

7.

$\Delta\acute{\iota}\nu o\nu\tau\alpha\iota\ o\iota\ \sigma\upsilon\nu\alpha\rho\tau\acute{\eta}\sigma\varepsilon\iota\varsigma\ f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\ \pi\alpha\rho\alpha\gamma\omega\gamma\acute{\iota}\sigma\iota\mu\varepsilon\varsigma\ \sigma\tau o\ \mathbb{R}$
$\kappa\alpha\iota\ \iota\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota:$
$f\left(3\right)=2, g\left(x\right)=\left(x-4\right)\left(f\left(x\right)-2\right)$
$\mathrm{N}\alpha\ \alpha\pi o\delta\varepsilon\iota\chi\theta\varepsilon\acute{\iota}\ o\tau\iota: f'\left(3\right)+g'\left(3\right)=0$

$$g'\left(x\right)=\left[\left(x-4\right)\left(f\left(x\right)-2\right)\right]' \overset{\left(F(x)G(x)\right)'=F'(x)G(x)+F(x)G'(x)}{=}$$

$$\left(x-4\right)'\left(f\left(x\right)-1\right)+\left(x-4\right)\left(f\left(x\right)-2\right)' \overset{\left(F(x)-G(x)\right)'=F'(x)-G'(x)}{=}$$

$$\left[\left(x\right)'-\left(4\right)'\right]\left(f\left(x\right)-2\right)+\left(x-4\right)\left[f'\left(x\right)-\left(2\right)'\right]=f\left(x\right)-2+\left(x-4\right)f'\left(x\right)$$

$\mathrm{O}\pi\acute{o}\tau\varepsilon: g'\left(x\right)=f\left(x\right)+\left(x-4\right)f'\left(x\right)-2\left(1\right)$

$\Theta\acute{\varepsilon}\tau\omega\ x=3\ \sigma\tau\eta\nu\ \sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ \left(1\right):$

$$g'\left(3\right)=f\left(3\right)+\left(3-4\right)f'\left(3\right)-2 \overset{f(3)=2}{\Longleftrightarrow} g'\left(3\right)=2-f'\left(3\right)-2 \Leftrightarrow f'\left(3\right)+g'\left(3\right)=0$$

8.

$\mathrm{A}\nu\ f\left(x\right)=\frac{\sigma\upsilon\nu^{2}x}{1+\eta\mu^{2}x}\ \nu\alpha\ \alpha\pi o\delta\varepsilon\acute{\iota}\xi\varepsilon\tau\varepsilon\ o\tau\iota:$

$3-3f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=17f\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$$f'(x)=\left(\frac{\sigma\upsilon\nu^2x}{1+\eta\mu^2x}\right)' \overset{\left(\frac{F}{G}\right)=\frac{F'G-FG'}{G^2},G\neq 0}{=} \frac{\left(\sigma\upsilon\nu^2x\right)'\left(1+\eta\mu^2x\right)-\sigma\upsilon\nu^2x\left(1+\eta\mu^2x\right)'}{\left(1+\eta\mu^2x\right)^2}$$

$\left(F^a\right)'=a\bullet F^{a-1}\bullet F'$
Για να παραγωγίσω την συνάρτηση $\sigma\upsilon\nu^2x$ την παραγωγίζω όπως θα παραγώγιζα την x^2 (απλά στην θέση του x έχω το συνx) και την πολλαπλασιάζω με την παράγωγο του συνx

$$= \frac{2\sigma\upsilon\nu x\left(\sigma\upsilon\nu x\right)'\left(1+\eta\mu^2x\right)-\sigma\upsilon\nu^2x\left[(1)'+\left(\eta\mu^2x\right)'\right]}{\left(1+\eta\mu^2x\right)^2}=$$

$\left(F^a\right)'=a\bullet F^{a-1}\bullet F'$
Για να παραγωγίσω την συνάρτηση $\eta\mu^2x$ την παραγωγίζω όπως θα παραγώγιζα την x^2 (απλά στην θέση του x έχω το ημx) και την πολλαπλασιάζω με την παράγωγο του ημx

$$= \frac{2\sigma\upsilon\nu x\left(-\eta\mu x\right)\left(1+\eta\mu^2x\right)-2\eta\mu x\left(\eta\mu x\right)'\sigma\upsilon\nu^2x}{\left(1+\eta\mu^2x\right)^2}=$$

$$\frac{-2\eta\mu x\sigma\upsilon\nu x\left(1+\eta\mu^2x\right)-2\eta\mu x\sigma\upsilon\nu x\sigma\upsilon\nu^2x}{\left(1+\eta\mu^2x\right)^2} \overset{\eta\mu 2x=2\eta\mu x\sigma\upsilon\nu x}{=}$$

$$\frac{-\eta\mu 2x\left(1+\eta\mu^2x\right)-\eta\mu 2x\sigma\upsilon\nu^2x}{\left(1+\eta\mu^2x\right)^2}=\frac{-\eta\mu 2x\left(1+\eta\mu^2x+\sigma\upsilon\nu^2x\right)}{\left(1+\eta\mu^2x\right)^2} \overset{\eta\mu^2x+\sigma\upsilon\nu^2x=1}{=}$$

$$\frac{-\eta\mu 2x\left(1+1\right)}{\left(1+\eta\mu^2x\right)^2}=\frac{-2\eta\mu 2x}{\left(1+\eta\mu^2x\right)^2}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{-2\eta\mu\frac{2\pi}{4}}{\left(1+\eta\mu^2\frac{\pi}{4}\right)^2}=\frac{-2\eta\mu\frac{\pi}{2}}{\left(1+\eta\mu^2\frac{\pi}{4}\right)^2} \overset{\substack{\eta\mu\frac{\pi}{2}=1\\ \eta\mu\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}}}{=} \frac{-2\bullet 1}{\left[1+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right]^2}=\frac{-2}{\left(1+\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{-2}{\frac{9}{4}}=-\frac{8}{9}$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sigma\upsilon\nu^2\frac{\pi}{4}}{1+\eta\mu^2\frac{\pi}{4}}= \overset{\substack{\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \eta\mu\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}}}{=} \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{1+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{1}{3}$$

$$3-3f'\left(\frac{\pi}{4}\right)\overset{f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{8}{9}}{=}3-3\left(-\frac{8}{9}\right)=3+\frac{8}{3}=\frac{9}{3}+\frac{8}{3}=\frac{17}{3}=17\frac{1}{3}\overset{f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{3}}{=}17f\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{9-x}, x\in(0,9)$
Να βρεθεί η παράγωγος της f

2.

Αν η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ να βρείτε την $g'(0)$ όταν $g(x)=x^2 f(x^3)+2x$

3.

Αν η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και ικανοποιεί την σχέση $f(x^5)=x^6$. Τότε η $f'(1)$ είναι:

(Α)0 (Β)9 (Γ)-13 (Δ)$\frac{6}{5}$

4.

Δινεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ με τύπο $f(x)=e^{-x}(\alpha+\beta x), \alpha,\beta\in\mathbb{R}$
Να αποδείξετε οτι $f(x)+2f'(x)+f''(x)=0$

5.

Δινεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ με τύπο $f(x)=3x^5-5x^3+13$
Να λυθεί η εξίσωση $f'(x)=0$

6.

Αν $y=-\ln\frac{1}{1+x}, x>-1$ να αποδειχθεί οτι $-xy'+1=e^{-y}$

7.

Δίνονται οι συναρτήσεις $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ παραγωγίσιμες στο $\mathbb{R}$ και ισχύει $f(21)=5, g(x)=(x-22)(f(x)-5)$. Να αποδειχθεί οτι:
$f'(21)+g'(21)=0$

8.

Αν $f(x)=\frac{\eta\mu^2 x}{3+\sigma\upsilon\nu^2 x}$ να αποδείξετε οτι:
$f'\left(\frac{\pi}{4}\right)+f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{23}{49}$